Grado de Física. Computación I. Curso 2016-17

Control 3 (21-04-2017; 10:00 a 14:00).

Instrucciones:

Envía las soluciones de este examen al correo electrónico de tu profesor en la asignatura utilizando tu correo institucional de la UAM (*nombre@estudiante.uam.es*).

El 'asunto' del correo será: 'Computación I, Control 3: Subgrupo GGGG'. (GGGG es tu subgrupo.)

Comprueba que envías en el correo electrónico todas las soluciones del control y todos los programas necesarios para poder ejecutarlos.

Una vez enviado el correo, informa a tu profesor y espera a que este compruebe que lo has recibido correctamente antes de abandonar el aula.

Las calificaciones de cada subgrupo serán publicadas en su página web de la asignatura.

Recuerda que todos los gráficos deben mostrar e identificar claramente en los ejes las magnitudes que representan y las unidades utilizadas.

El control se valorará sobre 10 puntos. La nota obtenida será el 30% de la asignatura.

Ejercicio 1. Tres masas unidas por muelles cuelgan del techo como indica la Figura 1.

Las seis ecuaciones de equilibrio son:

$$\left.\begin{aligned} F_{ix} &= \sum_{j=1}^{5} k_{ij}(x_j - x_i) = 0\,; \\ F_{iy} &= \sum_{j=1}^{5} k_{ij}(y_j - y_i) - m_i g = 0\,; \end{aligned}\right\} \quad \text{para } i=1,2,3$$

con $k_{ij} = k_{ji}$ para los muelles que existen, y con $k_{nm} = 0$ para aquellos muelles que no existen.

Las anteriores ecuaciones forman un sistema de 6 ecuaciones y 6 incógnitas (x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3).

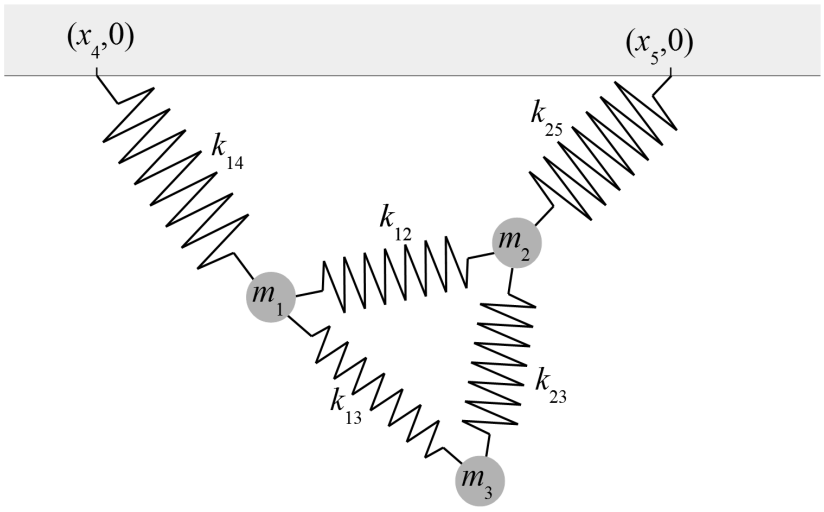

Figura 1

1.A. Crear una función de nombre "`equilibrium_3_masses.m`" que calcule los puntos de equilibrio $\vec{r}=\{\vec{r}_1,\vec{r}_2,\vec{r}_3\}$ de las 3 partículas a partir de sus masas $m=\{m_1,m_2,m_3\}$, la matriz de constantes de los muelles $k=[k_{ij}]$ y los valores de los puntos fijos $p=\{x_4,x_5\}$. **(1.75 pts)**

La función deberá:

- Escribir las ecuaciones de la fuerza en forma matricial $A \cdot s = b$, con $s = \{x_1; x_2; x_3; y_1; y_2; y_3\}$, calculando la matriz A y el vector b.
- Resolverlas para obtener las coordenadas x_i e y_i de las masas en su posición de equilibrio.
- Devolver los puntos de equilibrio $\vec{r}$.
- La función tendrá la siguiente cabecera donde se especifica los argumentos de entrada y salida de la misma y sus unidades:

```
function r = equilibrium_3_masses(m, k, p);
% Equilibrium points of 3 hanging masses connected by springs
% and under the gravitational force as shown in figure 1
%   Input:
%      m(3)   : particle masses (kg)
%      k(5,5) : spring constants matrix (N/m)
%      p(2)   : [x4, x5] coordinates (m)
%   Output:
%      r(2,3) : equilibrium points of each mass (m)
```

En un script de nombre "`Control3_1.m`":

1.B. Obtener y mostrar en pantalla las coordenadas de equilibrio para los valores: x_4=0, x_5=5 m; m_1 = 2, m_2 = 3, m_3 = 5 kg; k_{12} = 20, k_{13} = 50, k_{23} = 80, k_{14} = 40, k_{25} = 30 N/m . (Puedes utilizar la función creada en 1.A.) **(0.50 pts)**

1.C. Crear un gráfico donde se dibujen las 3 masas en sus posiciones de equilibrio como puntos gruesos de colores y los muelles como lineas negras. **(0.75 pts)**

Ejercicio 2. Considérese un sistema formado por dos partículas *A* y *B*, que se mueven en un plano perpendicular a la superficie terrestre.

La partícula *A* se mueve a velocidad constante en sentido anti-horario a lo largo de una circunferencia de radio $R = 0.85$ m (centrada en el origen de coordenadas) con periodo $T = 4.5$ s .

La partícula *B* ($m_B = 0.9$ Kg) está sometida a la gravedad y además se encuentra unida a la partícula *A* mediante un muelle de constante elástica $k = 8.8$ N/m , por lo que está sometida a una fuerza:

$$\vec{F}_B = \vec{F}_{elas} + \vec{F}_g = -k(\vec{r}_B - \vec{r}_A) - m_B\, g\, \vec{j}\ .$$

En el instante inicial *t=0* la partícula *A* se encuentra en $\vec{r}_A(t=0) = R\,\vec{i}$ y la partícula *B* se encuentra en $\vec{r}_B(t=0) = R\,\vec{i} - R\,\vec{j}$. En ese momento la velocidad de la partícula *B* es cero.

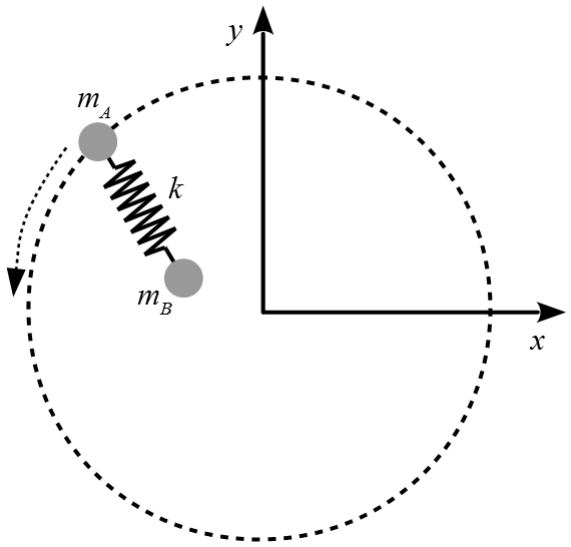

Figura 2

El script de este ejercicio tendrá como nombre "`Control3_2.m`".

2.A. Realizar, bien como funciones en linea en el propio script o bien como funciones externas: **(1.00 pts)**

- Una función que determine la posición de la partícula *A* en función del tiempo, '`posA(t)`'.
- Una función que determine la fuerza sobre la partícula *B* en función de las posiciones de las partículas *A* y *B*, '`forceB(rA,rB)`'.

2.B. Resolver las ecuaciones del movimiento de las masas del problema mostrado en la Figura 2 para obtener sus posiciones durante un tiempo total de $2T$. Para ello utilizar un $dt = 10^{-3}$ s . **(2.00 pts)**

2.C. Dibujar las trayectorias de las dos partículas en la misma gráfica. **(0.50 pts)**

Ejercicio 3. En el fichero que te ha llegado por correo electrónico de nombre "`Control3_datos.mat`", se encuentra el tiempo, la posición de las partículas *A* y *B* y la velocidad de B del problema de la Figura 2 para un tiempo de 20 periodos de la partícula *A*. (Las condiciones iniciales de este cálculo son diferentes a las empleadas para el Ejercicio 2.) Las variable del tiempo se llaman "`tt`" y tienen un tamaño de $(1\times n)$; las variables de las particulas son "`rA`", "`rB`" y "`vB`" respectivamente y son matrices de tamaño $(2\times n)$, siendo la primera fila de cada matriz la coordenada *x* y la segunda la coordenada *y*.

En un script de nombre "`Control3_3.m`" carga en memoria los datos contenidos en el fichero "`Control3_datos.mat`" con el comando '`load`' y :

3.A. Calcular la energía cinética y potencial gravitatoria de la partícula B, el trabajo realizado por el muelle sobre B y la diferencia entre la energía y el trabajo externo realizado por la fuerza elástica. Dibujar en un mismo gráfico las cuatro energías anteriores frente al tiempo. **(1.75 pts)**

Energía cinética	$E_{c,B}(t)=\frac{1}{2}m_B\lvert\vec{v}_B(t)\rvert^2$
Energía potencial gravitatoria	$E_{pg,B}(t)=m_B\ g\ y_B(t)$
Trabajo externo de la fuerza elástica	$W_{ext}(t)=\int_0^t \vec{F}_{elas}\cdot d\vec{r} \approx \sum_{i=0}^{t/dt} \vec{F}_{elas,i}\cdot\Delta\vec{r}_i$
Diferencia entre energía y trabajo externo	$\Delta E(t)=E_{c,B}(t)+E_{pg,B}(t)-W_{ext}(t)$

3.B. Calcular, a partir de los datos del fichero, la función de densidad de probabilidad de la separación (distancia d_{AB}) entre las dos masas usando una anchura de 'bin' de $5\cdot10^{-2}$ m. Dibujar dicha función en un gráfico. **(1.00 pts)**

3.C. Calcular la probabilidad $p(d_{AB}<R)$, es decir, la probabilidad de que en un momento dado la distancia d_{AB} entre las dos partículas sea menor que el radio *R*. Mostrar el resultado en la ventana de comandos señalando claramente que es. **(0.75 pts)**