Grado de Física. Computación I. Curso 2018-19

Control 1 (26-10-2018; 10:30 a 13:30). Modelo Z

Instrucciones:

Envía las soluciones de este examen al correo electrónico de tu profesor en la asignatura utilizando tu correo institucional de la UAM (*nombre@estudiante.uam.es*).

El 'asunto' del correo será: 'Computación I, Control 1: Subgrupo GGGG'. (GGGG es tu subgrupo.)

Comprueba que envías en el correo electrónico <u>todas las soluciones del control y todos los programas necesarios para poder ejecutarlos</u>.

Una vez enviado el correo, informa a tu profesor y espera a que este compruebe que lo ha recibido correctamente antes de abandonar el aula.

Las calificaciones de cada subgrupo serán publicadas en su página web de la asignatura.

Recuerda que todos los gráficos deben mostrar e identificar claramente en los ejes las magnitudes que representan y las unidades utilizadas.

El control se valorará sobre 10 puntos. La nota obtenida será el 10% de la asignatura.

Ejercicio 1. Un objeto se mueve siguiendo las siguientes ecuaciones de velocidad con el tiempo:

$$\begin{cases} v_x(t) = (a-b)\,\omega \left[-\cos(\omega\, t) + \cos\left(\frac{a-b}{b}\,\omega\, t\right)\right] \\ v_y(t) = (a-b)\,\omega \left[-\mathrm{sen}(\omega\, t) - \mathrm{sen}\left(\frac{a-b}{b}\,\omega\, t\right)\right] \end{cases},$$

donde a, b y ω son parámetros fijos y t representa el tiempo.

Realizar un script de nombre "`Control1_1.m`" que ejecute lo siguiente:

1.A. Calcular y representar en un mismo gráfico las componentes de la velocidad y el módulo de la misma en función del tiempo para el intervalo $t \in [0, t_f]$, escogiendo un paso de tiempo adecuado. **(1.50 puntos)**

1.B. Calcular numéricamente y representar en un mismo gráfico (diferente al anterior) las componentes de la aceleración en función del tiempo para el intervalo $t \in [0, t_f]$. **(1.00 puntos)**

1.C. Sabiendo que el objeto parte de la posición (0, a), calcular numéricamente y representar en un gráfico la trayectoria del objeto para el intervalo $t \in [0, t_f]$. **(1.25 puntos)**

1.D. Calcular y representar la distancia $L(t)$ recorrida por el objeto en función del tiempo. Recordar que la distancia recorrida puede calcularse mediante cualquiera de las siguientes integrales: $L(t) = \int_{t'=0}^{t'=t} |dr| = \int_{t'=0}^{t'=t} |v(t')|\, dt'$. **(1.25 puntos)**

Datos: $a = 1$ m; $b = 2/5$ m; $\omega = 0.2 \cdot \pi$ s^{-1}; $t_f = 20$ s.

[La curva que sigue el objeto se denomina hipocicloide y es la curva que sigue un punto de una circunferencia que gira sin deslizar en el interior de otra circunferencia.]

Ejercicio 2. En un juego de azar, hay una probabilidad s de que un jugador gane una jugada individual o tirada. Un resultado bien conocido indica que la probabilidad $p(t,a)$ de que un jugador gane a veces cuando efectúa t tiradas está dada por la expresión:

$$p(t,a)=\begin{cases} s^a\,(1-s)^{t-a}\,\dfrac{t!}{a!\,(t-a)!} & \text{si } a\le t \\ 0 & \text{si } a>t \end{cases}.$$

Cada tirada tiene un coste c para el jugador, mientras que cada acierto conlleva una ganancia g. El beneficio $b(t,a)$ obtenido por el jugador por acertar a veces tras efectuar t tiradas es:

$$b(t,a)=\begin{cases} g\,a-c\,t & \text{si } a\le t \\ 0 & \text{si } a>t \end{cases}.$$

(Un beneficio $b(t,a)$ negativo indica que el jugador incurre en pérdidas.)

2.A. Escribir una función "`F_Probabilidad_Beneficio.m`" que calcule y proporcione los valores de la probabilidad $p(t,a)$ y el beneficio $b(t,a)$ en función del número de tiradas *t*, el número de aciertos *a*, la probabilidad *s* de acierto individual, el coste *c* de una tirada, y la ganancia *g* por acierto. **(1.50 puntos)**

Ejemplo de uso:

```
[p, b]=F_Probabilidad_Beneficio(t, a, s, c, g);
```

Crear un script de nombre "`Control1_2.m`" que realice lo siguiente:

2.B. Construya las matrices de probabilidad *P* y beneficios *B* de tamaño 20×21 cuyos elementos son $P_{t,a+1}=p(t,a)$ y $B_{t,a+1}=b(t,a)$ con $t=1,\ldots,20$ y $a=0,\ldots,20$. Puedes ayudarte si lo deseas de la función creada en el apartado anterior. **(0.75 puntos)**

2.C. Calcular el beneficio medio $\bar{b}(t)$ o esperado al realizar *t* intentos ($t=1,\ldots,20$) y que está dado por

$$\bar{b}(t)=\sum_{a=0}^{t} p(t,a)\,b(t,a)\,.$$

Represente gráficamente $\bar{b}(t)$ con símbolos unidos por una línea discontinua. Si lo deseas puedes utilizar las matrices *P* y *B* del apartado anterior para el cálculo de $\bar{b}(t)$. **(1.25 puntos)**

2.D. Calcular la probabilidad $p_5(t)$ de obtener 5 € o más de beneficio en función del número de tiradas t ($t=1,\ldots,20$). En un gráfico diferente representar $p_5(t)$ en función de t mediante símbolos unidos mediante una raya continua. Si lo deseas puedes utilizar las matrices *P* y *B* del apartado 2.B para el cálculo de $p_5(t)$. **(1.50 puntos)**

La probabilidad $p_5(t)$ se puede calcular usando $p_5(t)=\sum_{a=0}^{t} p(t,a)\,\theta\big(b(t,a)-5\big)$ donde

$\theta(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ 1 & x\ge 0\end{cases}$ es la función escalón unitaria.

Datos: $s=0.25$; $c=0.2$ €; $g=0.7$ €.