Grado de Física. Computación I. Curso 2019-20

Control 1 (08-11-2019; 10:30 a 13:30).

Versión Z

Instrucciones:

Envía las soluciones de este examen al correo electrónico de tu profesor en la asignatura utilizando tu correo institucional de la UAM (*nombre@estudiante.uam.es*).

El 'asunto' del correo será: 'Computación I, Control 1: Subgrupo GGGG'. (GGGG es tu subgrupo.)

Comprueba que envías en el correo electrónico todas las soluciones del control y todos los programas necesarios para poder ejecutarlos.

Una vez enviado el correo, informa a tu profesor y espera a que este compruebe que lo ha recibido correctamente antes de abandonar el aula.

Las calificaciones de cada subgrupo serán publicadas en su página web de la asignatura.

Recuerda que todos los gráficos deben mostrar e identificar claramente en los ejes las magnitudes que representan y las unidades utilizadas.

El control se valorará sobre 10 puntos. La nota obtenida será el 10% de la asignatura.

Ejercicio 1. Considerar un conjunto de N partículas con carga eléctrica q_k ($k=1, 2, \dots, N$) dispuestas en forma espiral en el plano XY . Las coordenadas y carga de cada partícula son

$$\left. \begin{aligned} x_k &= b k \cos(\beta k) \\ y_k &= b k \sin(\beta k) \end{aligned} \right\}, \quad q_k = \begin{cases} +Q & \text{si } k \text{ es par} \\ -Q & \text{si } k \text{ es impar} \end{cases}$$

Escriba un script de nombre `Control1_1.m` que:

1.A. Halle y almacene las cargas y las coordenadas de las partículas en unos vectores q , x e y . Represente mediante círculos ($\circ$) las posiciones de las partículas en el plano XY . **(1.0 puntos)**

1.B. Calcule una matriz D de dimensiones $N \times N$ cuyos elementos $D_{k,j}$ es la distancia entre la partícula número k y la número j . **(1.0 puntos)**

1.C. Calcule una matriz U de dimensiones $N \times N$ cuyos elementos $U_{k,j}$ es la energía potencial de interacción electrostática entre las partículas k y j (si $k=j$, la energía potencial es nula):

$$U_{k,j} = \begin{cases} K \frac{q_k q_j}{D_{k,j}} & \text{si } k \neq j \\ 0 & \text{si } k = j \end{cases} \quad (\text{donde } K \text{ es la constante de Coulomb}).$$

Represente gráficamente mediante puntos ($\cdot$) la energía potencial electrostática de la partícula número $k=30$ frente al número j del resto de partículas. **(1.5 puntos)**

1.D. Calcule y represente gráficamente en función del número k de la partícula, la energía potencial total de cada partícula $U_{tot k}$ respecto del resto de las partículas. **(1.0 puntos)**

$$U_{tot k} = \sum_{j=1}^N U_{k,j}$$

1.E. Halle y muestre de forma adecuada en la ventana de comandos la energía potencial electrostática total del sistema U_{TOT} . **(0.5 puntos)**

$$U_{TOT} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N U_{k,j} = \sum_{k=1}^N \sum_{j=k+1}^N U_{k,j}$$

Datos: $N=200$, $Q=1 \cdot 10^{-7}$ C, $b=0.1$ mm, $\beta=0.1$ rad, $K=8.99 \cdot 10^9$ Nm²C⁻².

Ejercicio 2. Cuando una partícula se mueve en el plano XY con velocidad $\vec{v}$ bajo la acción de una fuerza $\vec{F}$ (velocidad y fuerza dependen del tiempo), la fuerza $\vec{F}$ se puede descomponer como suma de una fuerza tangencial $\vec{F}_t$ y una normal (o radial) $\vec{F}_n$. Sus efectos son cambiar el módulo de la velocidad y la dirección del movimiento, respectivamente. $\vec{F}_t$ y $\vec{F}_n$ se calculan como:

$$\vec{F}_t = \frac{\vec{F} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|^2} \vec{v}, \quad \vec{F}_n = \vec{F} - \vec{F}_t.$$

2.A. Escriba una función de nombre `forces_tan_nor.m` que calcule $\vec{F}_t$ y $\vec{F}_n$ para un conjunto de p fuerzas $\vec{F}$ y velocidades $\vec{v}$. **(1.0 puntos)**

El encabezado de tal función ha de ser:

```
function [Ft,Fn]=forces_tan_nor(V,F)
% Tangential and normal components of the force F
% over a particle with velocity V
% Use: [Ft,Fn]=forces_tan_nor(V,F)
% V(2,p) : Velocities (2 components x p velocities) [input]
% F(2,p) : Forces (2 components x p forces) [input]
% Ft(2,p) : Tangential forces (2 components x p forces) [output]
% Fn(2,p) : Normal forces (2 components x p forces) [output]
```

Considere ahora una partícula de masa m sometida a una fuerza exterior $\vec{F}(t)$. Las componentes cartesianas de su posición están dadas por:

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= \frac{4}{3} r_0 \alpha(t) \cos(\omega t + \gamma) \\ y(t) &= \frac{3}{4} r_0 \alpha(t) \sin(\omega t) \end{aligned} \right\} \text{ con } \alpha(t) = 1 - e^{-\frac{\omega t}{5}},$$

donde r_0 , ω , γ son parámetros fijos y t representa el tiempo. Esta partícula parte del origen de coordenadas y su movimiento tiende a ser periódico cuando $t \gg 0$.

Escriba un script de nombre `Control1_2.m` que:

2.B. Calcule y almacene la posición $\vec{r}(t)$ para $t \in [0; t_f]$ usando un paso de tiempo adecuado. Dibuje en la figura la trayectoria descrita por la partícula. **(1.0 puntos)**

2.C. Evalúe numéricamente y almacene para $t \in [0; t_f]$: **i)** la velocidad $\vec{v}(t)$; **ii)** la fuerza $\vec{F}(t) = m \vec{a}(t)$, donde $\vec{a}(t)$ es la aceleración. Represente frente a t en una segunda figura los módulos de las componentes tangenciales y normales de la fuerza. **(1.5 puntos)**

Puede usar, si lo desea, la función `forces_tan_nor.m` para la evaluación de $\vec{F}_t(t)$ y $\vec{F}_n(t)$.

2.D. Halle y almacene la energía cinética de la partícula $E_{kin}(t)$ para $t \in [0; t_f]$. Calcule numéricamente y almacene el trabajo $W(t)$ desarrollado por la fuerza entre $t=0$ y $t \in [0; t_f]$:

$$E_{kin}(t) = \frac{1}{2} m |\vec{v}(t)|^2,$$

$$W(t) = \int_0^t \vec{F}(\tau) \cdot d\vec{r}(\tau) = \int_0^t \vec{F}(\tau) \cdot \vec{v}(\tau) d\tau.$$

Represente en una tercera figura $E_{kin}(t=0) + W(t)$ frente a t con una línea roja continua y $E_{kin}(t)$ frente a t usando trazos negros. **(1.0 puntos)**

2.E. A partir de los datos discretizados almacenados en el apartado 2.B, estime y muestre convenientemente identificado en la ventana de comandos durante que porcentaje del intervalo temporal $[0; t_f]$ la partícula ha estado en un punto del semiplano $y \leq r_0/2$. **(0.5 puntos)**

Datos: $m=300$ g, $r_0=12$ cm, $\omega=6$ rad·s⁻¹, $\gamma=\pi/8$ rad, $t_f=5$ s.