Grado de Física. Computación I. Curso 2020-21

Control 3 (14-05-2021; 9:30 a 13:30). Grupo 516

Instrucciones:

- Envía las soluciones de este examen al correo electrónico de tu profesor en la asignatura utilizando tu correo institucional de la UAM (*nombre@estudiante.uam.es*). Comprueba que envías <u>todas</u> tus soluciones del control y <u>todos</u> los programas y subrutinas necesarios para poder ejecutarlos. El 'asunto' del correo será: 'Computación I, Control 3: Subgrupo GGGG' (GGGG es tu subgrupo). Una vez enviado el correo, informa a tu profesor y espera a que este compruebe que lo ha recibido correctamente antes de abandonar el aula.
- Las calificaciones de cada subgrupo serán publicadas en su página web o en Moodle.
- La puntuación de cada apartado *no* es necesariamente proporcional a su longitud o dificultad.
- Recuerda incluir las unidades físicas, etiquetar claramente todos los gráficos, identificar las magnitudes que se presentan en pantalla, ...

El control se valorará sobre 10 puntos. La nota obtenida será el 30% de la asignatura.

Ejercicio 1. (3 puntos) Consideremos un circuito como el mostrado en la *Figura 1* que está compuesto por una fuente de intensidad que proporciona una corriente constante I, dos baterías de diferencia de potencial V_α ($\alpha=1,2$) y tres magneto-resistencias semiconductoras R_β ($\beta=1,2,3$) cuyos valores en un campo magnético B son $R_\beta=R_{\beta,0}\left(1+\mu_\beta^2 B^2\right)$ donde, para cada β, $R_{\beta,0}$ es la resistencia en ausencia de campo y μ_β es la denominada movilidad electrónica del semiconductor.

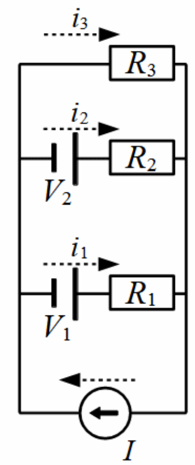

Figura 1

De acuerdo con las leyes de Kirchhoff las corrientes i_β ($\beta=1,2,3$) que circulan por las resistencias son solución del sistema de ecuaciones

$$R_1\, i_1 - R_3\, i_3 - V_1 = 0; \qquad R_2\, i_2 - R_3\, i_3 - V_2 = 0; \qquad i_1 + i_2 + i_3 - I = 0;$$

mientras que la tensión proporcionada por la fuente de intensidad es $V_f = R_3\, i_3$.

En un script de nombre "`Control3_1.m`"

1.A. Calcule y almacene las intensidades i_β a través las resistencias y la tensión V_f para $B \in [0, B_{max}]$ (considere una discretización de 101 puntos de los valores de campo B). **(2 puntos)**

1.B. Representar en una figura frente a B las tres potencias disipadas en las resistencias $P_\beta = R_\beta\, i_\beta^2$ y la potencia disipada total $P_{dis} = P_1 + P_2 + P_3$ (use lineas continuas). Añada usando una linea a trazos (- -) la potencial total suministrada por las fuentes $P_{\text{sum}} = V_f\, I + V_1\, i_1 + V_2\, i_2$ en función del campo B. **(1 punto)**

Datos:

β	1	2	3
$R_{\beta,0}$ (Ω)	1.5	2.0	1.0
μ_β (T^{-1})	5.0	7.8	0.1

α	1	2
V_α (V)	0.1	0.2

$I = 0.15$ A

$B_{max} = 0.3$ T

Ejercicio 2. **(3.5 puntos)** Tal y como muestra la *Figura 2*, se tienen dos circuitos LRC acoplados a través de una inductancia mutua *M*. Inicialmente el interruptor está abierto, de manera que no hay corriente en los circuitos, el condensador C_1 almacena una carga q_0, y el condensador C_2 está descargado. En el instante $t=0$ se cierra el circuito y, a partir de ese momento, la evolución temporal de las cargas Q_1 y Q_2 obedece las ecuaciones diferenciales acopladas:

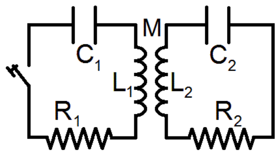

Figura 2

$$\frac{d^2Q_1}{dt^2} = \frac{1}{M^2 - L_1 L_2}\left[L_2\left(\frac{Q_1}{C_1} + R_1\, I_1\right) - M\left(\frac{Q_2}{C_2} + R_2\, I_2\right)\right]$$

$$\frac{d^2Q_2}{dt^2} = \frac{1}{M^2 - L_1 L_2}\left[L_1\left(\frac{Q_2}{C_2} + R_2\, I_2\right) - M\left(\frac{Q_1}{C_1} + R_1\, I_1\right)\right],$$

donde $I_k = dQ_k/dt$ es la intensidad de corriente en el circuito k ($k=1,2$).

2.A. Escriba una función de nombre "`Current_Variation`" que, de acuerdo con las expresiones anteriores, proporcione los dos valores $\{d^2Q_k/dt^2\}$ (o, equivalentemente, los de $\{dI_k/dt\}$) en función de los dos valores de las cargas $\{Q_k\}$ y los dos de las intensidades $\{I_k\}$. Tal función puede ser de script o también una función anónima dentro del script `Control3_2.m`". **(1.0 puntos)**

En un script de nombre "`Control3_2.m`":

2.B. Calcule mediante integración numérica de las ecuaciones diferenciales con paso de tiempo Δt la evolución temporal de las cargas $\{Q_k(t)\}$ y de las intensidades $\{I_k(t)\}$ para $t \in [0, t_f]$. Represente en una figura la evolución temporal de las cargas y, en una segunda figura, la de las corrientes. **(2 puntos)**

2.C. Calcule en función del tiempo las potencias P_k y las energías W_k disipadas en cada resistencia:

$$P_k(t) = R_k\, I_k^2(t)\,; \qquad W_k(t) = \int_0^t P_k(\tau)\, d\tau\,;$$

Represente en una tercera figura las energías $W_k(t)$ frente a t . **(0.5 puntos)**

Datos: $R_1=0.5\,\mathrm{m\Omega}$, $R_2=1\,\mathrm{m\Omega}$, $C_1=120\,\mu\mathrm{F}$, $C_2=80\,\mu\mathrm{F}$, $L_1=50\,\mathrm{nH}$, $L_2=100\,\mathrm{nH}$, $M=30\,\mathrm{nH}$, $q_0=1\,\mu\mathrm{C}$, $\Delta t=0.02\,\mu\mathrm{s}$, $t_f=100\,\mu\mathrm{s}$.

Ejercicio 3. **(3.5 puntos)** Una caja contiene $N=60$ bolas que pueden estar marcadas con un "1", un "2" o un "3", aunque inicialmente las N bolas tienen valor "1". Se realiza el experimento aleatorio de " $n_{op}=50$ operaciones de extracción/reposición de una bola" tal que en cada operación se extrae una bola al azar y se introduce otra de diferente numeración de acuerdo con las siguientes reglas: si la bola extraida es "1", se introduce una bola "2"; si la bola extraida es "2", se introduce una bola "3"; si la bola extraida es "3", se introduce una bola "1". Por tanto, si $b_{x,k}$ ($x=1, 2, 3$; $k=1, 2, \ldots, n_{op}+1$) es el número de bolas de valor x justo antes de la k-ésima operación, la probabilidad de que se extraiga una bola de valor x en la operación número *k* es $b_{x,k}/N$.

En un script "`Control3_3.m`":

3.A. Partiendo de la condición inicial $b_{1,1}=N$, $b_{2,1}=0$, $b_{3,1}=0$, simule *una* realización del experimento aleatorio. Represente en una figura frente a $k=1, 2, \ldots, n_{op}+1$ el número de bolas de cada valor ($x=1, 2, 3$) a lo largo del experimento. **(1.5 puntos)**

3.B. Simule $n_r=10^4$ realizaciones del experimento aleatorio, pero almacene únicamente el número final de bolas de cada valor (esto es, los n_r conjuntos $\{b_{x,n_{op}+1}\}$). A partir de estos datos, infiera y represente en una segunda figura las tres probabilidades $P_x(h)$ ($x=1, 2, 3$; $h=0, 1, \ldots, N$) de que el número final de bolas de valor x sea igual a h . **(1.25 puntos)**

3.C. Usando los datos almacenados en el apartado anterior, infiera y muestre en pantalla las probabilidades de que al final: **i**) haya en la caja más bolas de valor "2" que de valor "1"; **ii**) tengamos entre 20 y 25 bolas de valor "1" (inclusive); **iii**) haya en la caja 15 bolas de valor "2" o 15 bolas de valor "3". **(0.75 puntos)**