Grado de Física. Computación I. Curso 2021-22

Control 3 (6-5-2022; 9:30 a 13:30). Modelo A

Instrucciones:

- Envía las soluciones de este examen al correo electrónico de tu profesor en la asignatura utilizando tu correo institucional de la UAM (*nombre@estudiante.uam.es*). Comprueba que envías <u>todas</u> tus soluciones del control y <u>todos</u> los programas y subrutinas necesarios para poder ejecutarlos. El 'asunto' del correo será: 'Computación I, Control 3: Subgrupo GGGG' (GGGG es tu subgrupo). Una vez enviado el correo, informa a tu profesor y espera a que este compruebe que lo ha recibido correctamente antes de abandonar el aula.
- Las calificaciones de cada subgrupo serán publicadas en su página web o en Moodle.
- La puntuación de cada apartado *no* es necesariamente proporcional a su longitud o dificultad.
- Recuerda incluir las unidades físicas, etiquetar claramente todos los gráficos, identificar las magnitudes que se presentan en pantalla, ...

El control se valorará sobre 10 puntos. La nota obtenida será el 30% de la asignatura.

Ejercicio 1. La ley de Snell relaciona el ángulo de refracción θ_r de la luz con el ángulo de incidencia θ_i y los índices de refracción de los medios involucrados: $n_i \operatorname{sen}\theta_i = n_r \operatorname{sen}\theta_r$. El índice de refracción n de un medio depende de la longitud de onda λ de la luz incidente; para la luz visible ($\lambda\in[0.38\,,0.78]\ \mu\text{m}$) puede aproximarse por la ecuación de Cauchy con dos términos $n=A+\dfrac{B}{\lambda^2}$, donde A y B son dos parámetros que dependen del material. Para el índice de refracción del aire una buena aproximación es $n_{aire}=1$.

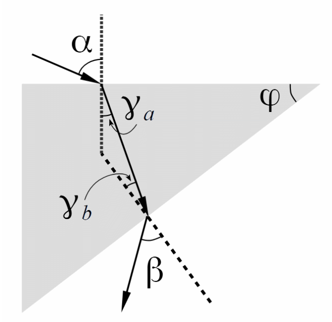

Figura 1

Cuando la luz atraviesa un prisma de ángulo φ sufre dos procesos de refracción (ver Figura 1) de tal forma que $n_1 \operatorname{sen}\alpha = n_2 \operatorname{sen}\gamma_a$, y $n_2 \operatorname{sen}\gamma_b = n_1 \operatorname{sen}\beta$ con $\gamma_b = \varphi-\gamma_a$.

1.A. Crear una función `PrismRefraction` que teniendo como entradas el ángulo φ y los parámetros A y B del material del prisma, la longitud de onda λ de la luz incidente y el ángulo de incidencia α , proporcione el ángulo de salida β y los ángulos interiores γ_a y γ_b de un prisma rodeado de aire. Ejemplo de uso:

```
[Beta,Gamma_a,Gamma_b]=PrismRefraction(Phi,A,B,Lambda,Alpha)
```

Los parámetros `Phi`, `A` y `B` son escalares; `Lambda` y `Alpha` admiten como argumentos vectores para poder calcular diferentes longitudes de onda y ángulos de incidencia en una única llamada a la función. `Beta`, `Gamma_a` y `Gamma_b` serán matrices de tamaño $N\times L$ donde N y L son los tamaños de los vectores `Lambda` y `Alpha` respectivamente. **(1.00 pts.)**

En un script de nombre "`Control3_1.m`", para un prisma de ángulo $\varphi=\pi/6$ y parámetros $A = 1.728$ y $B = 1.342\cdot10^{-2}\mu\text{m}^2$ (si se quiere, puede resolverse sin usar la función anterior):

1.B. Crear dos gráficos donde se represente el ángulo β : **a)** en función del ángulo de incidencia $\alpha\in[0\,,\pi/2]$ ($\Delta\alpha=\pi/128$) para $\lambda=0.38$ y $0.78\ \mu\text{m}$; **b)** en función de λ para la región visible (usar $\Delta\lambda=0.01\ \mu\text{m}$) para los ángulos $\alpha=0\,,\pi/8\,,\pi/4\,,3\pi/8\,,\pi/2$. **(0.75 pts.)**

1.C. Calcular numéricamente para la región visible de luz (usar un $\Delta\lambda=0.01\ \mu\text{m}$) los ángulos de incidencia $\alpha_{sol}(\lambda)$ para los que $\beta = \alpha$. Dibujar el resultado en un gráfico, representando frente a λ los ángulos de incidencia α_{sol} que cumplen dicha condición. **(1.50 pts.)**

Ejercicio 2. Dos masas m_a y m_b interaccionan entre ellas y con una fuerza externa central. La fuerza de interacción, de la masa *a* en a posición $\vec{r}_a$ sobre la masa *b* en $\vec{r}_b$, se puede describir matemáticamente como $\vec{F}_{ab}(\vec{r}_{ab}) = -C\,(|\vec{r}_{ab}|^2 - l^2)\,\vec{r}_{ab}$, con $\vec{r}_{ab} = \vec{r}_b - \vec{r}_a$ y donde l y C son parámetros de la fuerza (por supuesto, $\vec{F}_{ab} = -\vec{F}_{ba}$). El efecto de la fuerza externa sobre cada una de las masas viene dada por la expresión $\vec{F}_g(\vec{r}) = -D\,|\vec{r}|\,\vec{r}$, donde $\vec{r}$ es la posición de cada masa respecto al origen de coordenadas y D es un parámetro.

En un script de nombre "`Control3_2.m`":

2.A. Calcule, mediante integración numérica de sus ecuaciones diferenciales, la evolución temporal de las posiciones y velocidades de las masas para el rango de tiempo $t \in [0, t_{fin}]$; usar un paso de tiempo $\Delta t = 10^{-3}$s. Las posiciones y velocidades iniciales son $\vec{r}_{a0}$, $\vec{v}_{a0}$, $\vec{r}_{b0}$ y $\vec{v}_{b0}$. **(2.00 pts.)**

2.B. Calcular la posición del centro de masas $\vec{r}_{CM} = \dfrac{m_a\,\vec{r}_a + m_b\,\vec{r}_b}{m_a + m_b}$ del sistema de dos partículas y dibujar su trayectoria en una figura para el intervalo de tiempo calculado. En otra figura diferente, representar la distancia de ambas masas con el centro de masas en función del tiempo. **(0.75 pts.)**

2.C. Calcular los momentos angulares de las dos partículas ($\vec{L} = m\,\vec{r}\times\vec{v}$) y el total del sistema. Representar en un mismo gráfico en función del tiempo la componente *x* de los momentos angulares de las dos masas y las tres componentes del momento angular total del sistema. (Nota: el momento angular total se conserva en este sistema.) **(0.75 pts.)**

Datos: $l = 1.2\,\mathrm{m}$; $C = 10\,\mathrm{N/m^3}$; $D = 3\,\mathrm{N/m^2}$; $m_a = 0.8\,\mathrm{Kg}$; $m_b = 1.2\,\mathrm{Kg}$; $\vec{r}_{a0} = (0, 0, 0.8)\,\mathrm{m}$; $\vec{v}_{a0} = (-0.1, -0.5, 0)\,\mathrm{m/s}$; $\vec{r}_{b0} = (0, 0.7, 0)\,\mathrm{m}$; $\vec{v}_{b0} = (1.0, 0, 0)\,\mathrm{m/s}$; $t_{fin} = 30\,\mathrm{s}$.

Ejercicio 3. Se va a analizar una versión simplificada del juego del *blackjack* jugado entre un único jugador y un crupier con una baraja española; los valores de las cartas serán los enteros de 1 (as) a 10 (rey). Se va a estudiar las probabilidad de que el crupier gane si el jugador se ha plantado cuando sus cartas suman s puntos, suma que puede valer cualquiera de los enteros entre 1 y 21. En cada partida el crupier debe pedir cartas hasta logra igualar o superar la puntuación s en la que se quedó el jugador; ganará la mano si sus cartas no suman más de 21.

3.A. Primero se asumirá que el crupier tiene acceso a una baraja infinita y que por tanto el valor de las cartas extraída siempre siguen una distribución aleatoria equiprobable.
Escriba un script `Control3_3A.m` en el que se simule $M = 2\cdot 10^3$ partidas de *blackjack* para cada uno de los posibles valores de $s \in [1, 21]$ en el que se podría plantar el jugador;
A partir de la muestra estadística anterior, infiera las probabilidades $\wp_j(s)$ y $\wp_c(s)$ de que jugador y crupier ganen respectivamente la partida para cada valor de la puntuación s a la que se planta el primero. Represente en una figura ambas probabilidades frente a s. **(2.00 pts.)**

3.B. Ahora asumiremos que el crupier dispone solo de un mazo con 10 cartas, las correspondientes a un mismo palo. El estado inicial de este mazo puede describirse mediante el vector $m = [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$, que indica que contiene una carta de cada valor. Cuando una carta es extraída del mazo, un cero ocupará su posición en el vector m que describe el mazo.
Para describir la extracción de una carta por el crupier, escriba la función de script de sintaxis `[carta,mf]=funCartas(mi)`, donde `carta` es el valor de la carta extraída, y `mi` y `mf`, los estados del mazo antes y después de la extracción.
En un script de nombre `Control3_3B.m`, obtenga las probabilidades $\wp_j(s)$ y $\wp_c(s)$ para el caso en el que el crupier juegue con el mazo de 10 cartas y dibújelas en función de s. **(1.25 pts.)**

Grado de Física. Computación I. Curso 2021-22

Control 3 (6-5-2022; 9:30 a 13:30). Modelo B

Instrucciones:

- Envía las soluciones de este examen al correo electrónico de tu profesor en la asignatura utilizando tu correo institucional de la UAM (*nombre@estudiante.uam.es*). Comprueba que envías <u>todas</u> tus soluciones del control y <u>todos</u> los programas y subrutinas necesarios para poder ejecutarlos. El 'asunto' del correo será: 'Computación I, Control 3: Subgrupo GGGG' (GGGG es tu subgrupo). Una vez enviado el correo, informa a tu profesor y espera a que este compruebe que lo ha recibido correctamente antes de abandonar el aula.
- Las calificaciones de cada subgrupo serán publicadas en su página web o en Moodle.
- La puntuación de cada apartado *no* es necesariamente proporcional a su longitud o dificultad.
- Recuerda incluir las unidades físicas, etiquetar claramente todos los gráficos, identificar las magnitudes que se presentan en pantalla, ...

El control se valorará sobre 10 puntos. La nota obtenida será el 30% de la asignatura.

Ejercicio 1. La ley de Snell relaciona el ángulo de refracción θ_r de la luz con el ángulo de incidencia θ_i y los índices de refracción de los medios involucrados: $n_i \operatorname{sen}\theta_i = n_r \operatorname{sen}\theta_r$. El índice de refracción n de un medio depende de la longitud de onda λ de la luz incidente; para la luz visible ($\lambda \in [0.38, 0.78]\ \mu\text{m}$) puede aproximarse por la ecuación de Cauchy con dos términos $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$, donde A y B son dos parámetros que dependen del material. Para el índice de refracción del aire una buena aproximación es $n_{aire} = 1$.

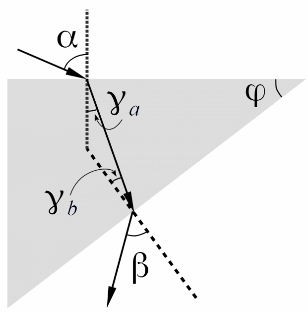

Figura 1

Cuando la luz atraviesa un prisma de ángulo φ sufre dos procesos de refracción (ver Figura 1) de tal forma que $n_1 \operatorname{sen}\alpha = n_2 \operatorname{sen}\gamma_a$, y $n_2 \operatorname{sen}\gamma_b = n_1 \operatorname{sen}\beta$ con $\gamma_b = \varphi - \gamma_a$.

1.A. Crear una función `PrismRefraction` que teniendo como entradas el ángulo φ y los parámetros A y B del material del prisma, la longitud de onda λ de la luz incidente y el ángulo de incidencia α , proporcione el ángulo de salida β y los ángulos interiores γ_a y γ_b de un prisma rodeado de aire. Ejemplo de uso:

```
[Beta,Gamma_a,Gamma_b]=PrismRefraction(Phi,A,B,Lambda,Alpha)
```

Los parámetros `Phi`, `A` y `B` son escalares; `Lambda` y `Alpha` admiten como argumentos vectores para poder calcular diferentes longitudes de onda y ángulos de incidencia en una única llamada a la función. `Beta`, `Gamma_a` y `Gamma_b` serán matrices de tamaño $N \times L$ donde N y L son los tamaños de los vectores `Lambda` y `Alpha` respectivamente. **(1.00 pts.)**

En un script de nombre "`Control3_1.m`", para un prisma de ángulo $\varphi = \pi/6$ y parámetros $A = 1.728$ y $B = 1.342 \cdot 10^{-2} \mu\text{m}^2$ (si se quiere, puede resolverse sin usar la función anterior):

1.B. Crear dos gráficos donde se represente el ángulo β : **a)** en función del ángulo de incidencia $\alpha \in [0, \pi/2]$ ($\Delta\alpha = \pi/128$) para $\lambda = 0.38$ y $0.78\ \mu\text{m}$; **b)** en función de λ para la región visible (usar $\Delta\lambda = 0.01\ \mu\text{m}$) para los ángulos $\alpha = 0, \pi/8, \pi/4, 3\pi/8, \pi/2$. **(0.75 pts.)**

1.C. Calcular numéricamente para la región visible de luz (usar un $\Delta\lambda = 0.01\ \mu\text{m}$) los ángulos de incidencia $\alpha_{sol}(\lambda)$ para los que $\beta = \alpha$. Dibujar el resultado en un gráfico, representando frente a λ los ángulos de incidencia α_{sol} que cumplen dicha condición. **(1.50 pts.)**

Ejercicio 2. Dos masas m_a y m_b interaccionan entre ellas y con una fuerza externa central. La fuerza de interacción, de la masa *a* en a posición $\vec{r}_a$ sobre la masa *b* en $\vec{r}_b$, se puede describir matemáticamente como $\vec{F}_{ab}(\vec{r}_{ab}) = -C\,(|\vec{r}_{ab}|^2 - l^2)\,\vec{r}_{ab}$, con $\vec{r}_{ab} = \vec{r}_b - \vec{r}_a$ y donde l y C son parámetros de la fuerza (por supuesto, $\vec{F}_{ab} = -\vec{F}_{ba}$). El efecto de la fuerza externa sobre cada una de las masas viene dada por la expresión $\vec{F}_g(\vec{r}) = -D\,|\vec{r}|\,\vec{r}$, donde $\vec{r}$ es la posición de cada masa respecto al origen de coordenadas y D es un parámetro.

En un script de nombre "`Control3_2.m`":

2.A. Calcule, mediante integración numérica de sus ecuaciones diferenciales, la evolución temporal de las posiciones y velocidades de las masas para el rango de tiempo $t \in [0, t_{fin}]$; usar un paso de tiempo $\Delta t = 10^{-3}$s. Las posiciones y velocidades iniciales son $\vec{r}_{a0}$, $\vec{v}_{a0}$, $\vec{r}_{b0}$ y $\vec{v}_{b0}$. **(2.00 pts.)**

2.B. Calcular la posición del centro de masas $\vec{r}_{CM} = \dfrac{m_a\,\vec{r}_a + m_b\,\vec{r}_b}{m_a + m_b}$ del sistema de dos partículas y dibujar su trayectoria en una figura para el intervalo de tiempo calculado. En otra figura diferente, representar la distancia de ambas masas con el centro de masas en función del tiempo. **(0.75 pts.)**

2.C. Calcular los momentos angulares de las dos partículas ($\vec{L} = m\ \vec{r} \times \vec{v}$) y el total del sistema. Representar en un mismo gráfico en función del tiempo la componente *x* de los momentos angulares de las dos masas y las tres componentes del momento angular total del sistema. (Nota: el momento angular total se conserva en este sistema.) **(0.75 pts.)**

<u>Datos</u>: $l = 1.2$ m ; $C = 4$ N/m^3 ; $D = 3$ N/m^2 ; $m_a = 1.2$ Kg ; $m_b = 1.8$ Kg ; $\vec{r}_{a0} = (0, 0, 0.8)$ m ; $\vec{v}_{a0} = (-0.1, -0.5, 0)$ m/s ; $\vec{r}_{b0} = (0, 0.7, 0)$ m ; $\vec{v}_{b0} = (1.0, 0, 0)$ m/s ; $t_{fin} = 30$ s .

Ejercicio 3. Se va a analizar una versión simplificada del juego del *blackjack* jugado entre un único jugador y un crupier con una baraja española; los valores de las cartas serán los enteros de 1 (as) a 10 (rey). Se va a estudiar las probabilidad de que el crupier gane si el jugador se ha plantado cuando sus cartas suman s puntos, suma que puede valer cualquiera de los enteros entre 1 y 21. En cada partida el crupier debe pedir cartas hasta logra igualar o superar la puntuación s en la que se quedó el jugador; ganará la mano si sus cartas no suman más de 21.

3.A. Primero se asumirá que el crupier tiene acceso a una baraja infinita y que por tanto el valor de las cartas extraída siempre siguen una distribución aleatoria equiprobable.
Escriba un script `Control3_3A.m` en el que se simule $M = 2 \cdot 10^3$ partidas de *blackjack* para cada uno de los posibles valores de $s \in [1, 21]$ en el que se podría plantar el jugador;
A partir de la muestra estadística anterior, infiera las probabilidades $\wp_j(s)$ y $\wp_c(s)$ de que jugador y crupier ganen respectivamente la partida para cada valor de la puntuación s a la que se planta el primero. Represente en una figura ambas probabilidades frente a s. **(2.00 pts.)**

3.B. Ahora asumiremos que el crupier dispone solo de un mazo con 10 cartas, las correspondientes a un mismo palo. El estado inicial de este mazo puede describirse mediante el vector $m = [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$, que indica que contiene una carta de cada valor. Cuando una carta es extraída del mazo, un cero ocupará su posición en el vector m que describe el mazo.
Para describir la extracción de una carta por el crupier, escriba la función de script de sintaxis `[carta,mf]=funCartas(mi)`, donde `carta` es el valor de la carta extraída, y `mi` y `mf`, los estados del mazo antes y después de la extracción.
En un script de nombre `Control3_3B.m`, obtenga las probabilidades $\wp_j(s)$ y $\wp_c(s)$ para el caso en el que el crupier juegue con el mazo de 10 cartas y dibújelas en función de s. **(1.25 pts.)**

Grado de Física. Computación I. Curso 2021-22

Control 3 (6-5-2022; 9:30 a 13:30). Modelo C

Instrucciones:

- Envía las soluciones de este examen al correo electrónico de tu profesor en la asignatura utilizando tu correo institucional de la UAM (*nombre@estudiante.uam.es*). Comprueba que envías <u>todas</u> tus soluciones del control y <u>todos</u> los programas y subrutinas necesarios para poder ejecutarlos. El 'asunto' del correo será: 'Computación I, Control 3: Subgrupo GGGG' (GGGG es tu subgrupo). Una vez enviado el correo, informa a tu profesor y espera a que este compruebe que lo ha recibido correctamente antes de abandonar el aula.
- Las calificaciones de cada subgrupo serán publicadas en su página web o en Moodle.
- La puntuación de cada apartado *no* es necesariamente proporcional a su longitud o dificultad.
- Recuerda incluir las unidades físicas, etiquetar claramente todos los gráficos, identificar las magnitudes que se presentan en pantalla, ...

El control se valorará sobre 10 puntos. La nota obtenida será el 30% de la asignatura.

Ejercicio 1. La ley de Snell relaciona el ángulo de refracción θ_r de la luz con el ángulo de incidencia θ_i y los índices de refracción de los medios involucrados: $n_i \operatorname{sen}\theta_i = n_r \operatorname{sen}\theta_r$. El índice de refracción n de un medio depende de la longitud de onda λ de la luz incidente; para la luz visible ($\lambda \in [0.38, 0.78]$ μm) puede aproximarse por la ecuación de Cauchy con dos términos $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$, donde A y B son dos parámetros que dependen del material. Para el índice de refracción del aire una buena aproximación es $n_{aire} = 1$.

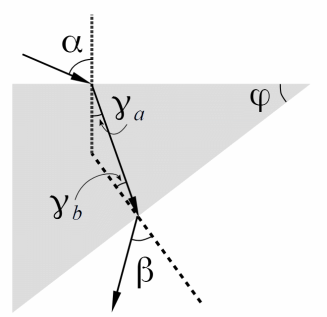

Figura 1

Cuando la luz atraviesa un prisma de ángulo φ sufre dos procesos de refracción (ver Figura 1) de tal forma que $n_1 \operatorname{sen}\alpha = n_2 \operatorname{sen}\gamma_a$, y $n_2 \operatorname{sen}\gamma_b = n_1 \operatorname{sen}\beta$ con $\gamma_b = \varphi - \gamma_a$.

1.A. Crear una función `PrismRefraction` que teniendo como entradas el ángulo φ y los parámetros A y B del material del prisma, la longitud de onda λ de la luz incidente y el ángulo de incidencia α, proporcione el ángulo de salida β y los ángulos interiores γ_a y γ_b de un prisma rodeado de aire. Ejemplo de uso:

```
[Beta,Gamma_a,Gamma_b]=PrismRefraction(Phi,A,B,Lambda,Alpha)
```

Los parámetros `Phi`, `A` y `B` son escalares; `Lambda` y `Alpha` admiten como argumentos vectores para poder calcular diferentes longitudes de onda y ángulos de incidencia en una única llamada a la función. `Beta`, `Gamma_a` y `Gamma_b` serán matrices de tamaño $N \times L$ donde N y L son los tamaños de los vectores `Lambda` y `Alpha` respectivamente. **(1.00 pts.)**

En un script de nombre "`Control3_1.m`", para un prisma de ángulo $\varphi = \pi/6$ y parámetros $A = 1.728$ y $B = 1.342 \cdot 10^{-2} \mu\text{m}^2$ (si se quiere, puede resolverse sin usar la función anterior):

1.B. Crear dos gráficos donde se represente el ángulo β: **a)** en función del ángulo de incidencia $\alpha \in [0, \pi/2]$ ($\Delta\alpha = \pi/128$) para $\lambda = 0.38$ y 0.78 μm; **b)** en función de λ para la región visible (usar $\Delta\lambda = 0.01$ μm) para los ángulos $\alpha = 0, \pi/8, \pi/4, 3\pi/8, \pi/2$. **(0.75 pts.)**

1.C. Calcular numéricamente para la región visible de luz (usar un $\Delta\lambda = 0.01$ μm) los ángulos de incidencia $\alpha_{sol}(\lambda)$ para los que $\beta = \alpha$. Dibujar el resultado en un gráfico, representando frente a λ los ángulos de incidencia α_{sol} que cumplen dicha condición. **(1.50 pts.)**

Ejercicio 2. Dos masas m_a y m_b interaccionan entre ellas y con una fuerza externa central. La fuerza de interacción, de la masa *a* en a posición $\vec{r}_a$ sobre la masa *b* en $\vec{r}_b$, se puede describir matemáticamente como $\vec{F}_{ab}(\vec{r}_{ab}) = -C\,(|\vec{r}_{ab}|^2 - l^2)\,\vec{r}_{ab}$, con $\vec{r}_{ab} = \vec{r}_b - \vec{r}_a$ y donde l y C son parámetros de la fuerza (por supuesto, $\vec{F}_{ab} = -\vec{F}_{ba}$). El efecto de la fuerza externa sobre cada una de las masas viene dada por la expresión $\vec{F}_g(\vec{r}) = -D\,|\vec{r}|\,\vec{r}$, donde $\vec{r}$ es la posición de cada masa respecto al origen de coordenadas y D es un parámetro.

En un script de nombre "`Control3_2.m`":

2.A. Calcule, mediante integración numérica de sus ecuaciones diferenciales, la evolución temporal de las posiciones y velocidades de las masas para el rango de tiempo $t \in [0, t_{fin}]$; usar un paso de tiempo $\Delta t = 10^{-3}$s . Las posiciones y velocidades iniciales son $\vec{r}_{a0}$, $\vec{v}_{a0}$, $\vec{r}_{b0}$ y $\vec{v}_{b0}$. **(2.00 pts.)**

2.B. Calcular la posición del centro de masas $\vec{r}_{CM} = \dfrac{m_a\,\vec{r}_a + m_b\,\vec{r}_b}{m_a + m_b}$ del sistema de dos partículas y dibujar su trayectoria en una figura para el intervalo de tiempo calculado. En otra figura diferente, representar la distancia de ambas masas con el centro de masas en función del tiempo. **(0.75 pts.)**

2.C. Calcular los momentos angulares de las dos partículas ($\vec{L} = m\,\vec{r}\times\vec{v}$) y el total del sistema. Representar en un mismo gráfico en función del tiempo la componente *x* de los momentos angulares de las dos masas y las tres componentes del momento angular total del sistema. (Nota: el momento angular total se conserva en este sistema.) **(0.75 pts.)**

Datos: $l = 1.2$ m ; $C = 10$ N/m^3 ; $D = 3$ N/m^2 ; $m_a = 1.7$ Kg ; $m_b = 1.3$ Kg ; $\vec{r}_{a0} = (0, 0, 0.8)$ m ; $\vec{v}_{a0} = (-0.1, -0.5, 0)$ m/s ; $\vec{r}_{b0} = (0, 0.7, 0)$ m ; $\vec{v}_{b0} = (1.0, 0, 0)$ m/s ; $t_{fin} = 30$ s .

Ejercicio 3. Se va a analizar una versión simplificada del juego del *blackjack* jugado entre un único jugador y un crupier con una baraja española; los valores de las cartas serán los enteros de 1 (as) a 10 (rey). Se va a estudiar las probabilidad de que el crupier gane si el jugador se ha plantado cuando sus cartas suman s puntos, suma que puede valer cualquiera de los enteros entre 1 y 21. En cada partida el crupier debe pedir cartas hasta logra igualar o superar la puntuación s en la que se quedó el jugador; ganará la mano si sus cartas no suman más de 21.

3.A. Primero se asumirá que el crupier tiene acceso a una baraja infinita y que por tanto el valor de las cartas extraída siempre siguen una distribución aleatoria equiprobable.
Escriba un script `Control3_3A.m` en el que se simule $M = 2\cdot 10^3$ partidas de *blackjack* para cada uno de los posibles valores de $s \in [1, 21]$ en el que se podría plantar el jugador;
A partir de la muestra estadística anterior, infiera las probabilidades $\wp_j(s)$ y $\wp_c(s)$ de que jugador y crupier ganen respectivamente la partida para cada valor de la puntuación s a la que se planta el primero. Represente en una figura ambas probabilidades frente a s . **(2.00 pts.)**

3.B. Ahora asumiremos que el crupier dispone solo de un mazo con 10 cartas, las correspondientes a un mismo palo. El estado inicial de este mazo puede describirse mediante el vector $m = [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$, que indica que contiene una carta de cada valor. Cuando una carta es extraída del mazo, un cero ocupará su posición en el vector m que describe el mazo.
Para describir la extracción de una carta por el crupier, escriba la función de script de sintaxis `[carta,mf]=funCartas(mi)`, donde `carta` es el valor de la carta extraída, y `mi` y `mf`, los estados del mazo antes y después de la extracción.
En un script de nombre `Control3_3B.m`, obtenga las probabilidades $\wp_j(s)$ y $\wp_c(s)$ para el caso en el que el crupier juegue con el mazo de 10 cartas y dibújelas en función de s . **(1.25 pts.)**

Grado de Física. Computación I. Curso 2021-22

Control 3 (6-5-2022; 9:30 a 13:30). Modelo D

Instrucciones:

- Envía las soluciones de este examen al correo electrónico de tu profesor en la asignatura utilizando tu correo institucional de la UAM (*nombre@estudiante.uam.es*). Comprueba que envías <u>todas</u> tus soluciones del control y <u>todos</u> los programas y subrutinas necesarios para poder ejecutarlos. El 'asunto' del correo será: 'Computación I, Control 3: Subgrupo GGGG' (GGGG es tu subgrupo). Una vez enviado el correo, informa a tu profesor y espera a que este compruebe que lo ha recibido correctamente antes de abandonar el aula.
- Las calificaciones de cada subgrupo serán publicadas en su página web o en Moodle.
- La puntuación de cada apartado *no* es necesariamente proporcional a su longitud o dificultad.
- Recuerda incluir las unidades físicas, etiquetar claramente todos los gráficos, identificar las magnitudes que se presentan en pantalla, ...

El control se valorará sobre 10 puntos. La nota obtenida será el 30% de la asignatura.

Ejercicio 1. La ley de Snell relaciona el ángulo de refracción θ_r de la luz con el ángulo de incidencia θ_i y los índices de refracción de los medios involucrados: $n_i \operatorname{sen}\theta_i = n_r \operatorname{sen}\theta_r$. El índice de refracción n de un medio depende de la longitud de onda λ de la luz incidente; para la luz visible ($\lambda\in[0.38, 0.78]\ \mu\text{m}$) puede aproximarse por la ecuación de Cauchy con dos términos $n=A+\frac{B}{\lambda^2}$, donde A y B son dos parámetros que dependen del material. Para el índice de refracción del aire una buena aproximación es $n_{aire}=1$.

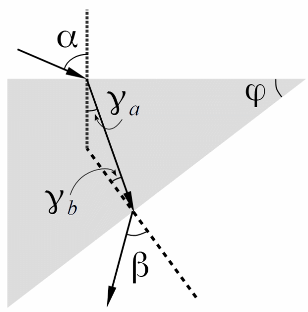

Figura 1

Cuando la luz atraviesa un prisma de ángulo φ sufre dos procesos de refracción (ver Figura 1) de tal forma que $n_1 \operatorname{sen}\alpha = n_2 \operatorname{sen}\gamma_a$, y $n_2 \operatorname{sen}\gamma_b = n_1 \operatorname{sen}\beta$ con $\gamma_b = \varphi-\gamma_a$.

1.A. Crear una función `PrismRefraction` que teniendo como entradas el ángulo φ y los parámetros A y B del material del prisma, la longitud de onda λ de la luz incidente y el ángulo de incidencia α, proporcione el ángulo de salida β y los ángulos interiores γ_a y γ_b de un prisma rodeado de aire. Ejemplo de uso:

```
[Beta,Gamma_a,Gamma_b]=PrismRefraction(Phi,A,B,Lambda,Alpha)
```

Los parámetros `Phi`, `A` y `B` son escalares; `Lambda` y `Alpha` admiten como argumentos vectores para poder calcular diferentes longitudes de onda y ángulos de incidencia en una única llamada a la función. `Beta`, `Gamma_a` y `Gamma_b` serán matrices de tamaño $N\times L$ donde N y L son los tamaños de los vectores `Lambda` y `Alpha` respectivamente. **(1.00 pts.)**

En un script de nombre "`Control3_1.m`", para un prisma de ángulo $\varphi=\pi/6$ y parámetros $A = 1.728$ y $B = 1.342\cdot 10^{-2}\mu\text{m}^2$ (si se quiere, puede resolverse sin usar la función anterior):

1.B. Crear dos gráficos donde se represente el ángulo β: **a)** en función del ángulo de incidencia $\alpha\in[0,\pi/2]$ ($\Delta\alpha=\pi/128$) para $\lambda=0.38$ y $0.78\ \mu\text{m}$; **b)** en función de λ para la región visible (usar $\Delta\lambda=0.01\ \mu\text{m}$) para los ángulos $\alpha=0, \pi/8, \pi/4, 3\pi/8, \pi/2$. **(0.75 pts.)**

1.C. Calcular numéricamente para la región visible de luz (usar un $\Delta\lambda=0.01\ \mu\text{m}$) los ángulos de incidencia $\alpha_{sol}(\lambda)$ para los que $\beta = \alpha$. Dibujar el resultado en un gráfico, representando frente a λ los ángulos de incidencia α_{sol} que cumplen dicha condición. **(1.50 pts.)**

Ejercicio 2. Dos masas m_a y m_b interaccionan entre ellas y con una fuerza externa central. La fuerza de interacción, de la masa *a* en a posición $\vec{r}_a$ sobre la masa *b* en $\vec{r}_b$, se puede describir matemáticamente como $\vec{F}_{ab}(\vec{r}_{ab}) = -C\,(|\vec{r}_{ab}|^2 - l^2)\,\vec{r}_{ab}$, con $\vec{r}_{ab} = \vec{r}_b - \vec{r}_a$ y donde l y C son parámetros de la fuerza (por supuesto, $\vec{F}_{ab} = -\vec{F}_{ba}$). El efecto de la fuerza externa sobre cada una de las masas viene dada por la expresión $\vec{F}_g(\vec{r}) = -D\,|\vec{r}|\,\vec{r}$, donde $\vec{r}$ es la posición de cada masa respecto al origen de coordenadas y D es un parámetro.

En un script de nombre "`Control3_2.m`":

2.A. Calcule, mediante integración numérica de sus ecuaciones diferenciales, la evolución temporal de las posiciones y velocidades de las masas para el rango de tiempo $t \in [0, t_{fin}]$; usar un paso de tiempo $\Delta t = 10^{-3}$s. Las posiciones y velocidades iniciales son $\vec{r}_{a0}$, $\vec{v}_{a0}$, $\vec{r}_{b0}$ y $\vec{v}_{b0}$. **(2.00 pts.)**

2.B. Calcular la posición del centro de masas $\vec{r}_{CM} = \dfrac{m_a\,\vec{r}_a + m_b\,\vec{r}_b}{m_a + m_b}$ del sistema de dos partículas y dibujar su trayectoria en una figura para el intervalo de tiempo calculado. En otra figura diferente, representar la distancia de ambas masas con el centro de masas en función del tiempo. **(0.75 pts.)**

2.C. Calcular los momentos angulares de las dos partículas ($\vec{L} = m\,\vec{r}\times\vec{v}$) y el total del sistema. Representar en un mismo gráfico en función del tiempo la componente *x* de los momentos angulares de las dos masas y las tres componentes del momento angular total del sistema. (Nota: el momento angular total se conserva en este sistema.) **(0.75 pts.)**

Datos: $l = 1.2$ m ; $C = 4$ N/m^3 ; $D = 3$ N/m^2 ; $m_a = 1.7$ Kg ; $m_b = 1.3$ Kg ; $\vec{r}_{a0} = (0, 0, 0.8)$ m ; $\vec{v}_{a0} = (-0.1, -0.5, 0)$ m/s ; $\vec{r}_{b0} = (0, 0.7, 0)$ m ; $\vec{v}_{b0} = (1.0, 0, 0)$ m/s ; $t_{fin} = 30$ s .

Ejercicio 3. Se va a analizar una versión simplificada del juego del *blackjack* jugado entre un único jugador y un crupier con una baraja española; los valores de las cartas serán los enteros de 1 (as) a 10 (rey). Se va a estudiar las probabilidad de que el crupier gane si el jugador se ha plantado cuando sus cartas suman s puntos, suma que puede valer cualquiera de los enteros entre 1 y 21. En cada partida el crupier debe pedir cartas hasta logra igualar o superar la puntuación s en la que se quedó el jugador; ganará la mano si sus cartas no suman más de 21.

3.A. Primero se asumirá que el crupier tiene acceso a una baraja infinita y que por tanto el valor de las cartas extraída siempre siguen una distribución aleatoria equiprobable.
Escriba un script `Control3_3A.m` en el que se simule $M = 2\cdot 10^3$ partidas de *blackjack* para cada uno de los posibles valores de $s \in [1, 21]$ en el que se podría plantar el jugador;
A partir de la muestra estadística anterior, infiera las probabilidades $\wp_j(s)$ y $\wp_c(s)$ de que jugador y crupier ganen respectivamente la partida para cada valor de la puntuación s a la que se planta el primero. Represente en una figura ambas probabilidades frente a s. **(2.00 pts.)**

3.B. Ahora asumiremos que el crupier dispone solo de un mazo con 10 cartas, las correspondientes a un mismo palo. El estado inicial de este mazo puede describirse mediante el vector $m = [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$, que indica que contiene una carta de cada valor. Cuando una carta es extraída del mazo, un cero ocupará su posición en el vector m que describe el mazo.
Para describir la extracción de una carta por el crupier, escriba la función de script de sintaxis `[carta,mf]=funCartas(mi)`, donde `carta` es el valor de la carta extraída, y `mi` y `mf`, los estados del mazo antes y después de la extracción.
En un script de nombre `Control3_3B.m`, obtenga las probabilidades $\wp_j(s)$ y $\wp_c(s)$ para el caso en el que el crupier juegue con el mazo de 10 cartas y dibújelas en función de s. **(1.25 pts.)**