Control 2. Computacion I

by Jose M. Soler

Universidad Autónoma de Madrid

13 de Febrero de 2023

1 Descarga de un condensador

Durante la descarga de un condensador en un circuito LCR, la intensidad obedece a la ecuación

$$I(t) = Q_0\, \omega \sin(\omega t)\, e^{-t/\tau}$$

siendo Q_0 la carga inicial, $\omega = 1/\sqrt{LC}$ la frecuencia, y $\tau = 2L/R$ el tiempo de amortiguación. L, C y R son, respectivamente, la autoinductancia, la capacidad, y la resistencia del circuito.

a) El fichero *discharge.dat* contiene los tiempos en segundos y las intensidades en amperios (primera y segunda columna) medidos durante una descarga. Bajar el fichero de la página web de la asignatura, leerlo mediante la funcion `load`, y representar $I(t)$ mediante símbolos en una figura (1 punto).

b) Escribir una función con la siguiente interfaz (1 punto)

```
function I = dischargeIntensity(beta,t)
% Intensity during a condenser discharge in an LCR circuit, given by
%   I(t) = Q0*w*sin(w*t))*exp(-t/tau)
% Input:
%   beta(3,1) : circuit parameters:
%                 beta(1) : initial charge Q0 (C)
%                 beta(2) : angular frequency w (rad/s)
%                 beta(3) : decay time tau (s)
%   t(nt,1)   : times in s
% Output:
%   I(nt,1)   : electric current at given times (A)
```

c) En un programa *fitDischarge.m*, dar valores aproximados al vector `beta0` (obtenidos por inspección de la figura) y llamar a la función `nlinfit` para obtener y escribir los valores que mejor ajustan los datos, así como una estimación de sus errores (usar `@dischargeIntensity` como tercer argumento de `nlinfit`). Representar la $I(t)$ óptima como una curva continua, en la misma figura que los datos (2 puntos). Si no se supiera usar `nlinfit`, puede hacerse el ajuste a mano, probando distintos valores de `beta` y comparando la curva resultante con los datos (1 punto).

d) Sabiendo que $R = 0.350 \pm 0.005\,\Omega$, obtener L y C, con sus errores (nota: si $z = xy$, o $z = x/y$, entonces $\Delta z/z = \Delta x/x + \Delta y/y$) (1 punto).

2 Tokamak

Un tokamak es un dispositivo toroidal para contener un plasma a muy alta temperatura mediante campos magnéticos (vease https://www.energy.gov/science/doe-explainstokamaks). Sea un toro de radio mayor $R_{\max}=4\text{m}$ y menor $R_{\min}=2\,\text{m}$, con un campo toroidal $\vec{B_t}(\vec{r})=\mu_0\, I_t\,(\hat{r}\times\hat{z})/(2\pi R)$, siendo $\mu_0=4\pi\times 10^{-7}\text{A}/\text{m}^2$ la permitividad magnética del vacío, $I_t=5\times 10^6\text{A}$ la corriente total de los electroimanes toroidales, $\hat{r}$ y $\hat{z}$ vectores unitarios, y $R=\sqrt{x^2+y^2}$. Además hay un electroimán central que consideraremos como un dipolo magnético $\vec{M}=M\,\hat{z}$, con $M=1.2\times 10^7\,\text{J}/\text{T}$, situado en $\vec{r}=0$. Dicho dipolo crea un campo poloidal $\vec{B}_p(\vec{r})=(\mu_0/4\pi)[3(\vec{M}\cdot\hat{r})\hat{r}-\vec{M}]/r^3$.

a) Escribir una función con la siguiente interfaz (2 puntos)

```
function B = magneticField(r)
% Simple model of the magnetic field of a tokamak
% Input:
%   r(3,1) : cartesian coordinates at which the field is calculated (m)
% Output:
%   B(3,1) : total magnetic field at given point (T)
```

Los valores de μ_0, I_t y M pueden fijarse dentro de la función.

b) Sabiendo que la fuerza de Lorentz es $\vec{F}=q\,\vec{v}\times\vec{B}$, calcular la trayectoria, durante $t_{\max}=10^{-4}\,\text{s}$, de un protón ($q=1.6022\times 10^{-19}\,\text{C}, m=1.6726\times 10^{-27}\,\text{kg}$) que parte de $\vec{r}_0=(3.5\hat{x}+0.3\hat{z})\text{m}$ con velocidad $\vec{v}_0=(1.5\hat{x}+0.2\hat{y}+2.0\hat{z})\times 10^6\,\text{m}/\text{s}^2$ (Sugerencia: escribir la fuerza como una función anónima y llamar a `newtonRK` con $\Delta t=10^{-8}\,\text{s}$) (2 puntos).

c) Representar la trayectoria en tres dimensiones, junto con las cuatro circunferencias de los perímetros interior, exterior, superior, e inferior del toro (1 punto).