Grado de Física. Computación I. Curso 2022-23

Control 3 (05-05-2023; 9:30 a 13:30).

Instrucciones:

- Envía las soluciones de este examen al correo electrónico de tu profesor en la asignatura utilizando tu correo institucional de la UAM (*nombre@estudiante.uam.es*). Comprueba que envías <u>todas</u> tus soluciones del control y <u>todos</u> los programas y subrutinas necesarios para poder ejecutarlos. El 'asunto' del correo será: 'Computación I, Control 1: Subgrupo GGGG' (GGGG es tu subgrupo). Una vez enviado el correo, informa a tu profesor y espera a que este compruebe que lo ha recibido correctamente antes de abandonar el aula.
- Las calificaciones de cada subgrupo serán publicadas en su página web o en Moodle.
- La puntuación de cada apartado *no* es necesariamente proporcional a su longitud o dificultad.
- Recuerda incluir las unidades físicas, etiquetar claramente todos los gráficos, identificar las magnitudes que se presentan en pantalla, ...

El control se valorará sobre 10 puntos. La nota obtenida será el 30% de la asignatura.

Ejercicio 1. En una caja hay 40 bolas: 16 marcadas con un 1, 13 con un 2 y 11 con un 3. Se sacan de forma sucesiva y al azar 5 bolas de la caja (sin devolverlas), se apunta el resultado del orden de las extracciones y se devuelven las bolas a la caja.

En un script de nombre "`Control3_1.m`":

1.A. Simular un experimento numérico donde se realizan 10^4 extracciones de 5 bolas con el procedimiento antes descrito. Como resultado final tras los experimentos de debe obtener una matriz de tamaño 5×10^4 que almacene el valor numérico de cada bola extraída en su orden correspondiente. **(2.00 pts)**

1.B. Usando los resultados del experimento calcular las probabilidades de obtener los diferentes valores posibles de la suma de las 5 bolas extraídas y representarlas en un histograma. **(0.50)**

1.C. De los resultados del experimento numérico anterior, obtener y sacar claramente por pantalla la probabilidad (aproximada) de :

a) Que la 4ª bola extraída este marcada con un 3.

b) Que ninguna bola sea un 1

c) Que en las 5 bolas se produzca la secuencia 1-2-3 en tres bolas extraídas consecutivamente.

(0.75 pts)

NOTA: En caso de no haber podido solucionar el apartado 1.A (y solo en ese caso), para poder resolver 1.B y 1.C puedes descargar del Moodle de la asignatura el fichero "`BolasExtraccion.mat`". El fichero contiene una matriz de nombre '`BolasExtraccion`', de tamaño 5×10^4, similar a la que se obtendría en el apartado 1.A. Simplemente, incorpora la matriz desde el archivo de Matlab añadiendo la línea '`load("BolasExtraccion.mat");`' al script.

Ejercicio 2. Las ecuaciones para resolver el circuito de la *Figura* 1 son las siguientes:

- de la ley de Kirchhoff de corrientes (nodos): $\begin{cases} I_1 + I_4 - I_2 - I_5 = 0 \\ I_2 + I_5 - I_3 - I_6 = 0 \end{cases}$;

- de la ley de Kirchhoff de voltajes (redes): $\begin{cases} I_4\,R_4 - V_A - I_1\,R_1 = 0 \\ I_5\,R_5 - V_B - I_2\,R_2 = 0 \\ I_6\,R_6 - V_C - I_3\,R_3 = 0 \\ I_4\,R_4 - V_A + I_5\,R_5 - V_B + I_6\,R_6 - V_C = 0 \end{cases}$;

donde I_k es la corriente que pasa a través de la resistencia *k*-ésima R_k.

2.A. Crear una función de nombre "`Circuit_C3.m`" que calcule a partir de las resistencias $R=\{R_1;R_2;R_3;R_4;R_5;R_6\}$ y los voltajes $V=\{V_A;V_B;V_C\}$ las intensidades del circuito, las potencias que se consumen en las resistencias y las generadas por las baterías. (La potencia disipada en una resistencia es $P_R = R\cdot I^2$ y la generada por una batería $P_V = V\cdot I$, donde I es la intensidad que circula por la resistencia o la batería respectivamente.) **(1.50 pts)**

La función deberá:

- Escribir las ecuaciones de las leyes de Kirchhoff en forma matricial $A\cdot I = b$, calculando la matriz A y el vector b, siendo $I=\{I_1;I_2;I_3;I_4;I_5;I_6\}$.
- Resolverlas para obtener las intensidades *I*. Calcular las potencias disipadas $P_R=\{P_{R_1};P_{R_2};P_{R_3};P_{R_4};P_{R_5};P_{R_6}\}$ y generadas $P_V=\{P_{V_A};P_{V_B};P_{V_C}\}$.
- Devolver las intensidades I, las potencias disipadas P_R y las generadas P_V.

Ejemplo de uso:

```
[I, PR, PV] = Circuit_C3(R, V);
```

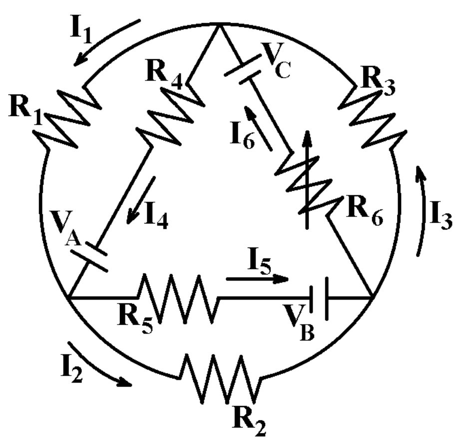
En un script de nombre "`Control3_2.m`":

2.B. Crear tres figuras separadas donde se muestre la variación con $R_6 \in [0,3]\ \Omega$ de:

- las intensidades que pasan a través de las resistencias;
- las potencias disipadas en las resistencias;
- las potencias generadas en las baterías.

Cada curva debe quedar identificada. Puedes utilizar la función creada en 2.A. **(0.50 pts)**

2.C. Calcular numéricamente el valor de R_6 para el cual la potencia suministrada por la batería V_C es la mitad de la consumida en total por el circuito. Sacar la información por pantalla de forma clara. Puedes utilizar la función creada en 2.A. **(1.25 pts)**



Datos: $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 1\ \Omega$, $R_3 = 2\ \Omega$, $R_4 = 2\ \Omega$, $R_5 = 1\ \Omega$, $R_6 \in [0,3]\ \Omega$, $V_A = 3$ V, $V_B = 2$ V, $V_C = 3$ V.

Figura 1

Ejercicio 3. Se va a analizar el movimiento de un practicante de "puenting" (de masa m) sujeto por dos cuerdas tal como se muestra en la *Figura* 2. Las fuerzas a las que se ve sometido van a ser la fuerza de la gravedad, la fuerza de recuperación de las cuerdas elásticas y la fuerza de rozamiento con el aire.

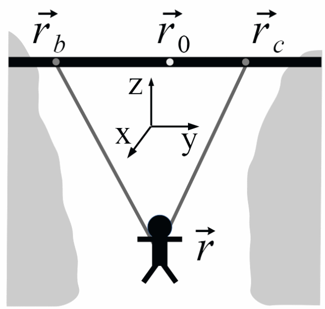


Figura 2

La fuerza de la gravedad es $\vec{F}_g = -m\, g\, \vec{k}$ ($\vec{k}$ es el vector unitario en la dirección *z*).

Las cuerdas están ancladas a los puntos $\vec{r}_i$ ($i=b,c$), tienen una longitud en reposo l_i y solo ejercen fuerza cuando son estiradas. Cuando se deforman su comportamiento no es completamente elástico, de tal forma que si el extremo libre se encuentra en la posición $\vec{r}$ la fuerza que ejerce la cuerda *i* puede ser descrita por:

$$\vec{F}_{e,i} = -\frac{\vec{r}-\vec{r}_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|} \cdot \begin{cases} 0 & |\vec{r}-\vec{r}_i| \le l_i \\ k_{i1}\,(|\vec{r}-\vec{r}_i|-l_i)+k_{i2}\,(|\vec{r}-\vec{r}_i|-l_i)^2 & |\vec{r}-\vec{r}_i| > l_i \end{cases}$$

donde k_{i1} y k_{i2} son respectivamente las constantes elásticas lineal y cuadrática de la cuerda *i*.

La fuerza de rozamiento es $\vec{F}_r = -\beta\, \vec{v}$.

Crear un un script de nombre `Control3_3.m` que realice lo siguiente:

3.A. Sabiendo que se inicia el salto desde la posición $\vec{r}_0$ con velocidad $\vec{v}_0$, calcular integrando numéricamente las ecuaciones del movimiento el movimiento del saltador hasta un tiempo final de 25 s tras el salto usando un $\Delta t = 10^{-2}$ s .

Representar en un gráfico la trayectoria del saltador. **(2.00 pts.)**

3.B. Sabiendo que el trabajo de una fuerza se puede calcular como $W=\int_{t=0}^{t} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{t=0}^{t} \vec{F}\cdot\vec{v}\, dt$, y que la energías cinética de una masa m es $E_k = \frac{1}{2} m v^2$, la potencial gravitatoria es $E_g = m\, g\, z$ y la potencial de una cuerda elástica es $\vec{E}_{e,i} = \begin{cases} 0 & |\vec{r}-\vec{r}_i| \le l_i \\ \frac{1}{2}\, k_{i1}\,(|\vec{r}-\vec{r}_i|-l_i)^2 + \frac{1}{3}\, k_{i2}\,(|\vec{r}-\vec{r}_i|-l_i)^3 & |\vec{r}-\vec{r}_i| > l_i \end{cases}$, calcular el trabajo de realizado por las fuerzas elásticas simultáneamente, el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento y la energía mecánica total del sistema en función del tiempo.

En una única figura representar en función del tiempo la energía mecánica, el trabajo elástico, el trabajo de rozamiento y la energía mecánica menos el trabajo de rozamiento, identificando claramente cada una de las curvas. **(1.50 pts.)**

<u>Datos</u>: $m=80$ Kg , $g=9.8$ m/s² , $\vec{r}_0=(0,1,0)$ m , $\vec{v}_0=(3,1,4)$ m/s , $\vec{r}_b=(0,-5,0)$ m , $l_b=24$ m , $k_{b1}=50$ N/m , $k_{b2}=5$ N/m² , $\vec{r}_c=(0,5,0)$ m , $l_c=25$ m , $k_{c1}=60$ N/m , $k_{c2}=10$ N/m² , $\beta=40$ Kg/s