Grado de Física. Computación I. Curso 2023-24

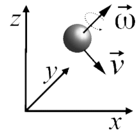
Control 3 (10-05-2024; 9:30 a 13:30). Versión 4

Instrucciones:

- Envía las soluciones de este examen al correo electrónico de tu profesor en la asignatura utilizando tu correo institucional de la UAM (*nombre@estudiante.uam.es*). Comprueba que envías todas tus soluciones del control y todos los programas y subrutinas necesarios para poder ejecutarlos. El 'asunto' del correo será: 'Computación I, Control 3: Subgrupo GGGG' (GGGG es tu subgrupo). Una vez enviado el correo, informa a tu profesor y espera a que este compruebe que lo ha recibido correctamente antes de abandonar el aula.
- Las calificaciones de cada subgrupo serán publicadas en su página web o en Moodle.
- La puntuación de cada apartado *no* es necesariamente proporcional a su longitud o dificultad.
- Recuerda incluir las unidades físicas, etiquetar claramente todos los gráficos, identificar las magnitudes que se presentan en pantalla, ...

El control se valorará sobre 10 puntos. La nota obtenida será el 30% de la asignatura.

Ejercicio 1. Considerar un objeto esférico rodeado de fluido y sometido a:



· la fuerza de gravedad $\vec{F}_g = -m_e\, g\, \vec{k}$;

· una fuerza de rozamiento $\vec{F}_a = -\,K_a\, |\vec{v}|\, \vec{v}$;

· una Fuerza Magnus $\vec{F}_M = K_M\, \vec{v} \times \vec{\omega}$;

donde m_e es la masa del objeto, g la aceleración de la gravedad, K_a y K_M son parámetros que caracterizan el rozamiento y la fueza Magnus que experimenta la esfera. La fuerza total sobre el objeto será $\vec{F} = \vec{F}_M + \vec{F}_a + \vec{F}_g$. La velocidad de rotación $\vec{\omega}$ no cambia durante su movimiento.

Si las condiciones iniciales de la esfera son $\vec{r}_0 = h\vec{k}$, $\vec{v}_0 = v_0\vec{i}$ y:

caso **i)** $\vec{\omega} = 0$; caso **ii)** $\vec{\omega} = \omega_0 \vec{k}$; caso **iii)** $\vec{\omega} = \omega_0 \vec{j}$;

en un script de nombre "`Control3_1.m`":

1.A. Realizar para todos los casos considerados, usando un paso de tiempo Δt , la integración de las ecuaciones del movimiento hasta que los centro de las esferas lleguen al suelo. **(1.50 ptos.)**

1.B. En un único gráfico, representar las trayectorias de los tres casos hasta que toquen el suelo identificando claramente cada una. Para la esfera del caso iii), encontrar cual es la altura máxima de las obtenidas en la integración y marcar con un punto visible en el gráfico de las trayectorias la posición espacial correspondiente. **(0.75 ptos.)**

1.C. Para la esfera del caso ii), calcular la energía cinética E_c , el trabajo W_M de la fuerza Magnus $\vec{F}_M$, el trabajo W_a de la fuerza de rozamiento $\vec{F}_a$, el trabajo W_g de la fuerza gravitatoria $\vec{F}_g$ y la cantidad $E_c - W_M - W_a - W_g$. Representar las cuatro energías calculadas frente al tiempo en un único gráfico, identificando claramente cada una. **(1.25 ptos.)**

$$E_c = \frac{1}{2}\, m\, |\vec{v}|^2 , \qquad W_\beta = \int_{t=0}^{t} \vec{F}_\beta \cdot d\vec{r} = \int_{t=0}^{t} \vec{F}_\beta \cdot \vec{v}\, dt \, .$$

Datos: $\Delta t = 0.01$ s ; $m_e = 140\,\mathrm{gr}$; $K_a = 1.3\,\mathrm{gr/m}$; $K_M = 0.2\,\mathrm{gr}$; $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$; $h = 1.5\,\mathrm{m}$; $v_0 = 40\,\mathrm{m/s}$; $\omega_0 = 1800\,\mathrm{rpm}$.

Ejercicio 2. El fichero "`DatosExp_C3_2.mat`" contiene el vector fila "`Altura`", con datos de alturas en km, y la matriz "`T_medidas`", con temperaturas en K tomadas a las diferentes alturas (cada columna de la matriz "`T_medidas`" contiene datos medidos a la altura indicada en el vector "`Altura`").

En un script de nombre "`Control3_2.m`":

2.A Leer los datos del fichero. A partir de esos datos obtener la temperatura media T_i para cada altura h_i y el error de esa temperatura ΔT_i (su desviación estándar). Representar la temperatura media (con su barra de error) frente a la altura en un gráfico. **(0.75 ptos.)**

NOTA 1: Todas las variables contenidas en un fichero de datos de MatLab `Nombre.mat` pueden cargarse en memoria usando el comando `'load("Nombre.mat");'`.

2.B Realizar un ajuste por mínimos cuadrados de los datos a una función

$$T(h) = A + B\cdot(h-\langle h\rangle) + C\cdot(h-\langle h\rangle)^2 + D\cdot(h-\langle h\rangle)^3 + E\cdot(h-\langle h\rangle)^4,$$

donde A, B, C, D y E son los parámetros a ajustar, T la temperatura, h la altura y $\langle h\rangle = \left(\sum_i h_i T_i\right) \Big/ \left(\sum_i T_i\right)$ un promedio de las alturas. Dibujar el resultado del ajuste sobre los datos anteriormente representados. **(1.25 ptos.)**

2.C Determinar numéricamente (por bisección o Newton o secante ...) sobre la función $T(h)$ calculada en el apartado anterior la región de alturas cuya temperatura en mayor que 260 K. En el gráfico anterior, dibujar la porción de la curva que cumple dicha condición en un color diferente a la de la curva original. [Si no has podido resolver 2.B, utiliza como parámetros de la función $A=268$, $B=0.91$, $C=-0.18$, $D=-10^{-2}$, $E=-2.5\cdot10^{-4}$, $\langle h\rangle=48.8$.] **(1.25 ptos.)**

Ejercicio 3. La probabilidad de que un núcleo radiactivo se haya desintegrado al cabo de un tiempo t está dada por la función $F(t) = 1 - e^{-t/\tau}$ siendo $\tau=1.5\cdot10^3\mathrm{s}$ su vida media.

En un script de nombre "`Control3_3.m`":

3.A. Realizar un experimento numérico que obtenga los tiempos de desintegración aleatorios de una muestra de $N=10^4$ núcleos. **(1.25 ptos.)**

NOTA 2: Una buena forma de obtener valores aleatorios de una variable t que tiene una función de distribución de probabilidad $F(t)$, es generar números α al azar que tengan una distribución uniforme entre 0 y 1 y compararlos con $F(t)$ (que es una función creciente entre 0 y 1) para determinar el valor $t=F^{-1}(\alpha)$ (siendo F^{-1} la función inversa de la función F). Otra forma (muy similar) es emplear el método de los cuantiles.

NOTA 3: En caso de no haber podido solucionar el apartado 3.A (y solo en ese caso), para poder resolver 3.B y 3.C puedes usar el fichero "`DatosExp_C3_3.mat`" que tiene el vector de nombre '`t_desintegracion`', de tamaño 10^4 y similar al que se obtendría en el apartado 3.A para los t .

3.B. De los datos del experimento numérico anterior calcular y sacar claramente por pantalla la información siguiente: **i)** el tiempo en que se han desintegrado la mitad de los nucleos; **ii)** la probabilidad de que un núcleo se desintegre en $t>\tau$; **iii)** la probabilidad de que un nucleo se desintegre entre $\tau/3$ y $5\tau/3$. **(0.50 ptos.)**

3.C. Con los datos del experimento numérico anterior, calcular los intervalos Δt entre dos desintegraciones sucesivas y los valores de $H = n\cdot\Delta t/\tau$, donde n es el número de núcleos intactos que quedan de la muestra inicial en el momento de cada desintegración. Realizar un histograma de probabilidades de H y marcar con una linea vertical roja el valor de $\langle H\rangle$ y dos lineas verticales verdes los valores de $\langle H\rangle\pm\sigma_H$. **(1.50 ptos.)**