Grado de Física. Computación I. Curso 2023-24

Examen Extraordinario (27-06-2024; 9:30 a 13:30)

Instrucciones:

- Envía las soluciones de este examen al correo electrónico de tu profesor en la asignatura utilizando tu correo institucional de la UAM (*nombre@estudiante.uam.es*). Comprueba que envías <u>todas</u> tus soluciones del examen y <u>todos</u> los programas y subrutinas necesarios para poder ejecutarlos. El 'asunto' del correo será: 'Computación I, Conv. Extraordinaria: Subgrupo GGGG' (GGGG es tu subgrupo). Una vez enviado el correo, informa a tu profesor y espera a que este compruebe que lo ha recibido correctamente antes de abandonar el aula.
- Las calificaciones de cada subgrupo serán publicadas en su página web o en Moodle.
- La puntuación de cada apartado *no* es necesariamente proporcional a su longitud o dificultad.
- Recuerda incluir las unidades físicas, etiquetar claramente todos los gráficos, identificar las magnitudes que se presentan en pantalla, ...

El examen se valorará sobre 10 puntos. La nota obtenida será el 60% de la asignatura. El restante 40% corresponde a la nota del proyecto.

Ejercicio 1. Una partícula, inicialmente en una posición $\vec{r}_0(x_0, y_0)$, puede desplazarse sobre una red cuadrada (distancia entre nodos es $a = 2.5\,\text{Å}$) realizando un salto en cada paso de tiempo. La partícula tras un salto puede encontrarse en una posición más a la derecha de la inicial ($\Delta = x^+$), más a la izquierda ($\Delta = x^-$), más arriba ($\Delta = y^+$), más abajo ($\Delta = y^-$) o bien permanecer en el mismo sitio ($\Delta = 0$). Se define $d_n = |\vec{r}_n - \vec{r}_0|$ como la distancia de una partícula a su posición inicial tras el salto *n*-ésimo.

Durante un experimento se ha seguido la posición $\vec{r}(x, y)$ durante 100 saltos de 10^3 partículas. Los resultados están en el fichero de datos de MatLab "`EExtraDatos.mat`", en la variable "`posR`" que es un arreglo de datos (hipermatriz) de tamaño $2\times101\times10^3$, donde la 1ª dimensión son las coordenadas (x, y), la 2ª dimensión representa la variación con el tiempo (posición inicial y tras cada salto) y en la 3ª dimensión se representa cada partícula del experimento.

Escribir un script de nombre "`EExtra_1.m`" que realice lo siguiente:

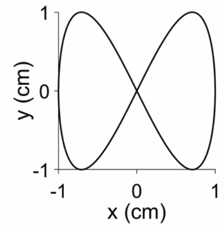
1.A. Dibujar la trayectoria de las partículas número 25, 50 y 75, indicando claramente en el gráfico cada una de ellas. **(0.50 pts)**

1.B. A partir de las diferencias entre posiciones sucesivas en los datos experimentales, calcule y saque de forma clara en pantalla las probabilidades de que: i) se produzca un salto hacia la derecha $p(\Delta = x^+)$; ii) permanecer en el mismo sitio $p(\Delta = 0)$. **(0.75 pts)**

1.C. Dibujar el histograma de probabilidades de d_{100}, la distancia a la que se encuentra una partícula de su posición inicial tras 100 saltos. **(0.75 pts)**

1.D. Dibuje en una gráfica $\langle d_n \rangle \pm \sigma_{d_n}$ como función del número de salto n, donde $\langle d_n \rangle$ es la distancia media y σ_{d_n} es la desviación estándar. **(0.75 pts)**

Ejercicio 2. La curva de la figura puede escribirse en coordenadas cartesianas como $4\left(x^4 - x^2\right) + y^2 = 0$ (x e y en cm).



Realizar un script de nombre "`EExtra_2.m`" que:

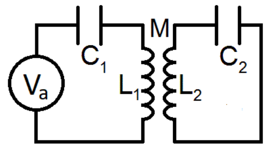
2.A. Dibuje la curva como una linea única continua. **(0.50 pts)**

2.B. Calcule el área encerrada dentro de la curva realizando una integral numérica y saque su valor por pantalla. **(0.50 pts)**

2.C. Calcule mediante el método de MonteCarlo el área encerrada dentro de la curva usando $4\cdot 10^6$ puntos y saque el valor por pantalla. **(1.50 pts)**

2.D. Calcule (numéricamente) los puntos de corte de la figura con la recta $y=x+1$ y los marque como puntos rojos en la figura del apartado 2.A. **(1.00 pts)**

Ejercicio 3. Tal y como muestra en la figura, se tienen dos circuitos LC acoplados a través de una inductancia mutua M; el primero tiene una fuente de voltaje variable con el tiempo $V_a(t) = V_0\, sen(\omega \cdot t)$. La evolución temporal de las cargas Q_1 y Q_2 en los condensadores obedece a las siguientes ecuaciones diferenciales acopladas:



$$\frac{d^2Q_1(t)}{dt^2} = \frac{1}{M^2 - L_1 L_2}\left[\left(\frac{Q_1(t)}{C_1} - V_a(t)\right) L_2 + \frac{Q_2(t)}{C_2}\, M\right]$$

$$\frac{d^2Q_2(t)}{dt^2} = \frac{1}{M^2 - L_1 L_2}\left[\frac{Q_2(t)}{C_2}\, L_1 + \left(\frac{Q_1(t)}{C_1} - V_a(t)\right) M\right],$$

Las intensidades de corriente en el circuito k ($k=1,2$) será $I_k = dQ_k/dt$.

3.A. Escriba una función de nombre "`EExtra_VarCorr`" que proporcione los dos valores $\{d^2Q_k/dt^2\}$ en función de los dos valores de las cargas $\{Q_k\}$ y el valor de V_a en un instante de tiempo de acuerdo a las expresiones anteriores. Tal función puede ser de script o una función anónima dentro de "`EExtra_3.m`". **(1.00 pts)**

3.B. Si en el instante $t=0$ ambos condensadores están descargados y las intensidades son cero, en un script de nombre "`EExtra_3.m`" calcular, mediante la integración numérica de las ecuaciones diferenciales usando un paso de tiempo Δt (con *Verlet* o *Verlet-velocidades* o *Runge-Kutta* o …), la evolución temporal de las cargas $\{Q_k(t)\}$ y de las intensidades $\{I_k(t)\}$ para $t \in [0, t_f]$. Representar en una figura la evolución temporal de las cargas y, en una segunda figura, la de las corrientes. **(2.00 pts)**

3.C. Calcule en función del tiempo las potencias P_k que se generan en las autoinductancias y la potencia P_M en la inductancia mutua y las represente frente al tiempo t. **(0.75 puntos)**

$$P_k = L_k\, I_k\, \frac{d^2Q_k}{dt^2}\,; \qquad P_M = \frac{1}{2}\, M\left(I_1 \frac{d^2Q_2}{dt^2} + I_2 \frac{d^2Q_1}{dt^2}\right);$$

Datos: $C_1=10^{-4}$F, $C_2=7.5\cdot 10^{-5}$F, $L_1=10^{-7}$H, $L_2=3\cdot 10^{-8}$H, $M=2\cdot 10^{-8}$H, $V_0=10^{-3}$V, $\omega=2\pi\cdot 10^6 \mathrm{s}^{-1}$, $\Delta t=5\cdot 10^{-9}$s, $t_f=1.5\cdot 10^{-5}$s.